

4. Gaussova věta, princip superpozice

Úloha 1

Pro bodový náboj odvoďte z Gaussovy věty elektrostatiky Coulombův zákon. Podobně odvoďte z Gaussova zákona pro gravitační pole¹ Newtonův gravitační zákon.

Úloha 2

V elektrickém poli o intenzitě \vec{E} je umístěna krychle o hraně 1,4 m tak, že je v prvním oktantu a jeden její vrchol leží v počátku soustavy souřadnic. Vyjádřete celkový tok povrchem krychle, jestliže elektrická intenzita je rovna a) $\vec{E} = (0, 3y, 0) \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$, b) $\vec{E} = (-4, 6 + 3y, 0) \text{ N} \cdot \text{C}^{-1}$.

Jak velký náboj se v obou případech nachází uvnitř krychle?

Úloha 3

Pomocí Gaussovy věty elektrostatiky určete intenzitu elektrického pole ve vzdálenosti r od nabitě přímky s konstantní lineární hustotou náboje τ . Z vyjádření pro intenzitu určete potenciál.

Úloha 4

Pomocí Gaussovy věty elektrostatiky určete intenzitu elektrického pole ve vzdálenosti r od nabitě roviny s konstantní plošnou hustotou náboje σ . Totéž určete vně a mezi dvěma opačně nabitými rovinami.

Úloha 5

Pomocí Gaussovy věty elektrostatiky určete intenzitu elektrického pole ve vzdálenosti r od středu kulové vrstvy s vnitřním poloměrem R_1 , vnějším poloměrem R_2 a konstantní objemovou hustotou náboje ρ . Závislost velikosti elektrické intenzity na vzdálenosti nakreslete.

¹Gaussův zákon pro gravitační pole má tvar

$$\Phi_g = \oint_{\vec{S}} \vec{g} \cdot d\vec{S} = -4\pi\kappa m,$$

kde κ je gravitační konstanta a Φ_g je tok intenzity \vec{g} gravitačního pole plochou, která obklopuje hmotný bod o hmotnosti m . Intenzita pole \vec{g} je rovna zrychlení částice, na kterou bodové těleso o hmotnosti m působí gravitační silou.

Úloha 6*

Pomocí principu superpozice určete intenzitu elektrického pole ve vzdálenosti r od nabitě přímky s lineární hustotou náboje τ .

Úloha 7*

Úsečka délky l je nabitá a lineární hustota jejího náboje je τ . Pomocí principu superpozice určete potenciál elektrického pole ve vzdálenosti r od úsečky na kolmici, která prochází středem úsečky.

Úloha 8*

Pomocí principu superpozice určete intenzitu elektrického pole na ose nabitě kružnice o poloměru r , s lineární hustotou náboje τ , ve vzdálenosti h od jejího středu. Nakreslete závislost velikosti intenzity na vzdálenosti h a spočítejte maximum této funkce. Jak se jeví pole ve vzdálenostech $h \gg r$?

Úloha 9*

Pomocí principu superpozice určete potenciál elektrického pole na ose nabitě kružnice o poloměru r , s lineární hustotou náboje τ , ve vzdálenosti h od jejího středu a nakreslete závislost potenciálu na vzdálenosti h . S využitím tohoto výsledku vypočítejte potenciál na ose disku ve vzdálenosti h , je-li disk o poloměru R zanedbatelné tloušťky a je nabit povrchovým nábojem hustoty σ .