

## 5. Kapacita kondenzátoru, elektrický dipólový moment

### Úloha 1

Pro soustavu  $n$  vodičů nabitých náboji  $Q_1, Q_2, \dots, Q_n$  na potenciály  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n$  platí<sup>1</sup>:

$$Q_1 = C_{11}\varphi_1 + C_{12}\varphi_2 + \dots + C_{1n}\varphi_n$$

$$Q_2 = C_{21}\varphi_1 + C_{22}\varphi_2 + \dots + C_{2n}\varphi_n$$

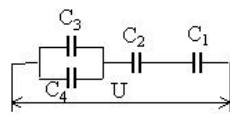
$$\vdots$$

$$Q_n = C_{n1}\varphi_1 + C_{n2}\varphi_2 + \dots + C_{nn}\varphi_n.$$

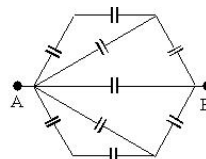
Odvoďte z těchto rovnic vztah pro kapacitu kondenzátoru (položte  $n = 2$ ). Dále vypočítejte celkovou kapacitu  $n$  kondenzátorů zapojených sériově a paralelně.

### Úloha 2

Jaká je celková kapacita soustavy kondenzátorů zapojených podle obr. č. 1? Jaká napětí a náboje jsou na jednotlivých kondenzátorech? Jaké budou číselné hodnoty těchto veličin, je-li  $C_1 = C_3 = 1 \mu\text{F}$ ,  $C_2 = C_4 = 10 \mu\text{F}$  a  $U = 100 \text{ V}$ .



Obr. 1



Obr. 2

### Úloha 3

Odvoďte vztah pro kapacitu<sup>2</sup>

a) deskového kondenzátoru, jehož desky mají obsah  $S$  a jsou vzdáleny o  $d$  a pomocí tohoto vztahu určete jednotku permitivity vakua. Je získaný vztah platný pro libovolné hodnoty  $S$  a  $d$ ?

<sup>1</sup>Koeficienty  $C_{ij}$  se pro  $i \neq j$  nazývají influenční (navíc platí  $C_{ij} = C_{ji}$ ), pro  $i = j$  kapacitní koeficienty.

<sup>2</sup>Intenzitu elektrického pole mezi elektrodami určete pomocí Gaussovy věty.

- b) válcového kondenzátoru délky  $l$ , jehož vnitřní elektroda má tvar válce o poloměru  $a$  a vnější elektrodu tvoří souosý válec o vnitřním poloměru  $b$ . Je získaný vztah platný pro libovolné hodnoty  $l$ ,  $a$  a  $b$  ?
- c) kulového kondenzátoru, jehož vnitřní elektroda je plná koule o poloměru  $a$  a vnější elektrodu tvoří soustředné kulová vrstva o vnitřním poloměru  $b$ . Co platí pro kapacitu osamocené koule?

#### Úloha 4

Určete kapacitu mezi body A a B soustavy deskových kondenzátorů na obrázku č. 2, mají-li všechny kondenzátory stejnou kapacitu  $C$ . Jak se tato kapacita změní, vložíme-li rovnoběžně mezi desky každého z kondenzátorů vodivý plech, jehož tloušťka je rovna čtvrtině vzdálenosti elektrod. Má na výsledek vliv poloha plechu?

#### Úloha 5\*

Proveďte multipólový rozvoj<sup>3</sup> elektrostatického pole vytvářeného objemem látky, ve kterém je rozmístěn náboj, ve vzdálenostech, které jsou mnohem větší než rozměry uvažovaného objemu<sup>4</sup>.

#### Úloha 6\*

Mějme bodové náboje opačného znaménka umístěné v bodech  $(0, 0, \frac{l}{2})$  a  $(0, 0, -\frac{l}{2})$ . Pomocí principu superpozice určete potenciál tohoto dipólu ve vzdálenosti  $r$  od jeho středu za předpokladu  $r \gg l$ .

#### Úloha 7\*

Bodové náboje jsou uspořádány ve vrcholech

- a) rovnostranného trojúhelníka o straně  $a$  v pořadí  $q, q, -2q$ ,  
 b) čtverce o straně  $a$  v pořadí  $-q, q, q, -q$ ,  
 c) čtverce o straně  $a$  v pořadí  $-q, q, -q, q$ .

Určete velikost elektrického dipólového momentu soustavy. Zjistěte, jak se vypočítá elektrický kvadrupólový moment a spočítejte jej pro soustavu c).

#### Úloha 8\*

Určete velikost elektrického dipólového momentu

- a) tenké tyče délky  $l$  jejíž jedna polovina je nabitá kladně a druhá záporně s lineární hustotou náboje  $\tau$ ,  
 b) tenké tyče délky  $l$  jejíž hustota náboje roste lineárně od  $-\tau_0$  na jednom konci k  $\tau_0$  na druhém konci,  
 c) tenké čtvercové plochy o hraně  $a$  v rovině  $xy$ , se středem v počátku sou-

<sup>3</sup>Napište alespoň první čtyři členy.

<sup>4</sup>Počátek kartézské soustavy souřadnic volte uvnitř objemu látky, potenciál elektrostatického pole hledejte v bodě ležícím na jedné ze souřadnicových os.

stavy souřadnic, jejíž hustota náboje je dána  $\sigma(\vec{r}) = \sigma_0(x + y)$ .