

# Kvantová fyzika, KFY/7KVAF

ZS 2021/2022

## Téma 4: Moment hybnosti

1. Dokažte, že operátor momentu hybnosti  $\hat{\mathbf{L}} = \hat{\mathbf{r}} \times \hat{\mathbf{p}}$  je hermitovský.
2. Dokažte, že pro operátor momentu hybnosti platí  $\hat{\mathbf{L}} \times \hat{\mathbf{L}} = i\hbar\hat{\mathbf{L}}$ .
3. Ukažte, že operátor kvadrátu momentu hybnosti  $\hat{\mathbf{L}}^2 = \hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 + \hat{L}_z^2$  komutuje s libovolnou složkou operátoru momentu hybnosti  $\hat{L}_j$  ( $j = x, y, z$ ).
4. Vypočítejte komutátory
  - a) složek operátoru momentu hybnosti  $\hat{\mathbf{L}}$  a souřadnice  $\hat{x}$ ,
  - b) složek operátoru momentu hybnosti  $\hat{\mathbf{L}}$  a  $x$ -ové složky operátoru hybnosti  $\hat{p}_x$ .
5. Posuďte operátory a vlnové funkce uvedené níže: Určete, zda jsou dané funkce zároveň vlastními funkcemi obou operátorů. Splňují odvozené výsledky Váš předchozí odhad?
  - a)  $\hat{L}_z, \hat{\mathbf{L}}^2$  with function  $Y_{00}(\theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}$ ,
  - b)  $\hat{L}_x, \hat{L}_z$  with function  $Y_{00}(\theta, \phi) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}$ ,
  - c)  $\hat{L}_z, \hat{\mathbf{L}}^2$  with function  $Y_{10}(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta$ ,
  - d)  $\hat{L}_x, \hat{L}_z$  with function  $Y_{10}(\theta, \phi) = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta$ .

[Nápověda: Můžete využít obecné vztahy pro moment hybnosti:  
 $J^2 Y_{jm} = \hbar^2(j(j+1))Y_{jm}$  and  $J_z Y_{jm} = \hbar m Y_{jm}$  zároveň se znalostí, že platí  
 $\hat{L}_x Y_{l,m} = \frac{1}{2}(\hat{L}_+ Y_{l,m} + \hat{L}_- Y_{l,m}) = \frac{1}{2}\sqrt{l(l+1) - m(m+1)}\hbar Y_{l,m+1} + \frac{1}{2}\sqrt{l(l+1) - m(m-1)}\hbar Y_{l,m-1}$ ]