

Kvantová fyzika, KFY/7KVAF

ZS 2021/2022

Téma 3: Jednoduché kvantové systémy

1. Ukažte, že pokud nepůsobí na soustavu částic žádné síly, je celkový moment hybnosti soustavy $\hat{P} = \sum_i \hat{p}_i$ integrálem pohybu.
2. Určete hustotu toku pravděpodobnosti pro
 - a) vlnou částici popsanou rovinnou vlnou $\psi(x) = Ae^{(Et - \sqrt{2mEx})/(i\hbar)}$,
 - b) vlnovou funkci $\psi(x) = Ae^{(Et - \sqrt{2mEx})/(i\hbar)} + Be^{(Et + \sqrt{2mEx})/(i\hbar)}$.
3. Vlnová funkce jedné částice je v čase $t = 0$ rovna $\psi(x, 0) = Ne^{-x^2/(2a^2) + ik_0x}$, kde a a k_0 jsou reálná čísla. Určete normovací koeficient N , typický rozměr oblasti, v níž je částice lokalizována, a hustotu toku pravděpodobnosti.
4. Vypočítejte střední hodnotu souřadnice $\langle \hat{x} \rangle$ a operátoru hybnosti $\langle \hat{p} \rangle$ částice z předchozí úlohy.
5. Tuhé těleso s momentem setrvačnosti J rotuje volně kolem osy (tzv. tuhý rovinný rotátor). Nalezněte jeho vlastní energie a odpovídající vlnové funkce. [Nápověda: Uvažujte polární souřadnice (r, φ) . Měli byste získat hamiltonián $\hat{H} = \frac{\hat{L}_z^2}{2J}$ s $\hat{L}_z = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi}$.]
6. Určete střední hodnotu a) momentu hybnosti \hat{L}_z a b) operátoru kvadrátu momentu hybnosti \hat{L}_z^2 z předchozí úlohy.
7. Nalezněte koeficienty odrazu a průchodu pro jednorozměrný potenciálový schod, jestliže se částice pohybují zprava a potenciál je definován jako $V(x) = 0$ for $x < 0$ and $V(x) = v_0$ for $x > 0$.