

# Kvantová fyzika, KFY/7KVAF

ZS 2021/2022

## Téma 5: Atom vodíku, spin

1. Ukažte na několika vlnových funkcích s nejnižšími kvantovými čísly, že jsou vlnové funkce elektronu ve vodíku podobným atomu ortonormální. Tj. spočítejte  $\langle \psi_{100} | \psi_{100} \rangle$ ,  $\langle \psi_{200} | \psi_{200} \rangle$ ,  $\langle \psi_{100} | \psi_{200} \rangle$  atd. s použitím  $\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{Z}{a_0} \right)^{3/2} e^{-\rho}$ ,  $\psi_{200} = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} \left( \frac{Z}{a_0} \right)^{3/2} (2 - \rho) e^{-\rho/2}$  atd., kde  $\rho = Zr/a_0$ ,  $Z$  je náboj jádra a  $a_0$  je Bohrov poloměr.
2. Spočítejte pravděpodobnost nalezení elektronu 1s atomu vodíku ve vzdálenosti  $2a_0$  od jádra.
3. Určete  $\langle r \rangle$ ,  $\langle r^2 \rangle$  a nejpravděpodobnější vzdálenost  $r_0$  elektronu od jádra, jestliže se jedná o elektron v atomu vodíku v základním stavu.
4. Dokažte, že střední hodnota  $r$ ,  $\langle r \rangle$ , elektronu vodíku podobného atomu ve stavu 1s resp. 2s je  $3a_0/2Z$  resp.  $6a_0/Z$ .
5. Jaká je degenerace energetických hladin elektronu v atomu vodíku (se zanedbáním spin-orbitální interakce)?
6. Určete vlnové funkce a energie atomu vodíku za předpokladu pohybu elektronu i jádra (s využitím výsledků za předpokladu pevného jádra).
7. Uvažujte atom vodíku a deuterium. Určete poměr hmotnosti elektronu a protonu z jejich spekter, jestliže poměr vlnových délek jejich Balmerových sérií odpovídajících stejným kvantovým číslům je roven  $\rho = 1,000272$ .
8. Dokažte, že Pauliho matice  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  a  $\sigma_z$  splňují vztahy
  - a)  $[\sigma_x, \sigma_y] = 2i\sigma_z$ ,  $[\sigma_y, \sigma_z] = 2i\sigma_x$ ,  $[\sigma_z, \sigma_x] = 2i\sigma_y$  a
  - b)  $\sigma_x^2 = 1$ ,  $\sigma_y^2 = 1$  a  $\sigma_z^2 = 1$ .
9. Spočítejte
  - a) antikomutátor Pauliho matic,
  - b) vlastní hodnoty a odpovídající vlastní vektory Pauliho matice  $\sigma_x$  a
  - c) dokažte platnost rovnice  $\sigma_x \sigma_y \sigma_z = i\mathbb{1}$ .